

LXVII олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 9 января 2020 года
XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Петр начал движение из пункта А в пункт В в 11:00. Через 5 минут после этого из пункта А вышел Индрек и направился также в пункт В. Известно, что длина шага Индрека на 20% короче длины шага Петра, но Индрек успевает сделать на 20% шагов больше, чем Петр за то же самое время. Кто из мальчиков прибыл в пункт В раньше и на сколько минут, если известно, что Петр прибыл в пункт назначения В в 15:00.
2. Реши уравнение: $\frac{9x^2+18x-1}{9x} + \frac{54x}{9x^2+18x-1} = 5$
3. Настенные часы Томаса состоят из центральной точки O , часовой стрелки AO и минутной стрелки BO , причем $|AO| = |OB|$. В 14:00 площадь сектора ABO равна S . Через сколько минут площадь треугольника ABO будет равна этому же значению?
4. Мартин играет в следующую игру: он переставляет цифры в числе 39012, затем в полученном числе ставит знак умножения между двумя произвольными цифрами и вычисляет соответствующее произведение. Например, $190 \cdot 32 = 6080$, или $310 \cdot 29 = 8990$. Каково наибольшее число, которое может получиться в результате таких действий?
5. В таинственном лесу два волшебника в белой и черной шапках раздают гномам грибы. В две очереди к ним выстроились в произвольном порядке $2n$ гномов, половина из которых имеют черные шапки, а другая половина – белые шапки. Если к волшебнику подходит гном, который имеет тот же цвет шапки, что и у волшебника, то гном получает гриб и уходит, в противном случае гном встает в конец очереди к другому волшебнику. Каким наименьшим количеством перемещений гномов из одной очереди в другую, могут волшебники раздать грибы, если в процессе раздачи волшебники могут один раз обменяться шапками? (Волшебники сами решают в какой момент к ним может подойти гном из соответствующей очереди. Очереди могут быть разной длины.)